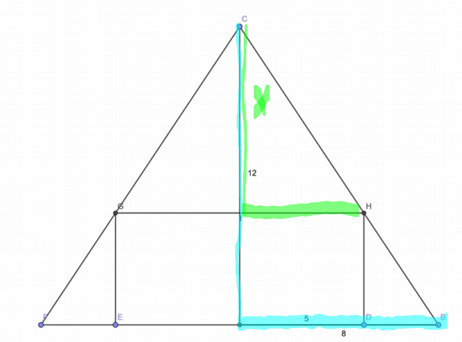
128 1

Donnerstag, 19. März 2020
17:17



Einem geraden Kegel wird ein gerader Zylinder einbeschrieben. Es gilt:

$r_{Kegel} = 8cm$; $r_{Zylinder} = 5cm$; $h_{Kegel} = 12 cm$

a) Zeichnung ✓

b) Berechne Volumen und Mantelfläche des einbeschriebenen Zylinders

Benötigte Größen: $r = 5cm$ ✓ $h = ?$

Mithilfe des Vierstreckensatzes: $\frac{12\,cm}{8\,cm} = \frac{x}{5\,cm}$

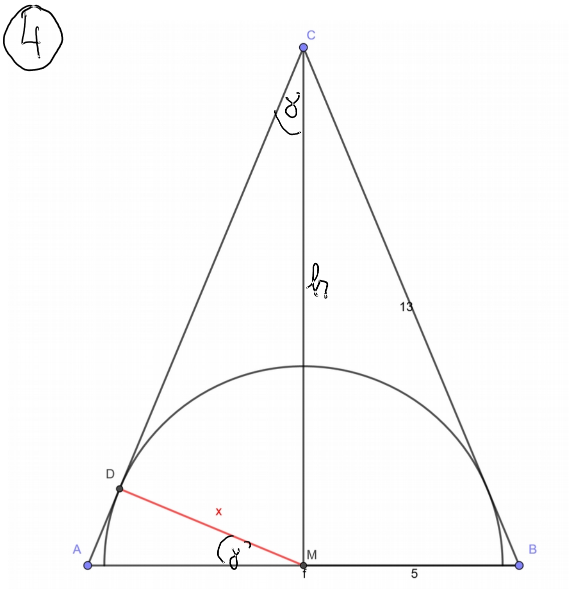
$\Leftrightarrow \quad x = \frac{12\,cm \cdot 5\,cm}{8\,cm} = 7{,}5\,cm$ Damit ist $h = 12cm - 7{,}5cm = 4{,}5cm$

Damit:

$M_{Zyl} = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = 2 \cdot 5cm \cdot \pi \cdot 4{,}5cm = 45\pi\,cm^2$ und

$V_{Zyl.} = r^2 \cdot \pi \cdot h \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot (5cm)^2 \cdot 4{,}5cm \cdot \pi = \frac{75}{2}\pi\,cm^3 = 37{,}5\,cm^3$

④



Einem Kegel ist eine Halbkugel einbeschrieben. Siehe Zeichnung.

a) Berechne den Radius der Kugel.

Dazu zunächst die Höhe des Kegels

$h = \sqrt{13^2 - 5^2}\ cm = 12\ cm$

(Überlegung $\gamma = \gamma'$, das ΔAMD ähnlich zu ΔAMC (stimmen in allen 3 Winkeln überein). Daraus *)

folgt: $\frac{12cm}{13cm} = \frac{x}{5cm} \Leftrightarrow x = \frac{12cm \cdot 5cm}{13cm} = \frac{60}{13}\ cm\ (\approx 4{,}62)$

(Alternativ wäre auch möglich: $\sin\gamma = \frac{5cm}{13cm} \Leftrightarrow \gamma = 22{,}62°$

$\cos 22{,}62° = \frac{x}{5cm} \Leftrightarrow x = \frac{60}{13}\ cm$ mit *)

b) Berechne Oberfläche u. Volumen der Halbkugel

$O_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{60}{13}cm\right)^2 \cdot \pi = \frac{120}{13}\pi\ cm^2 \approx 29\ cm^2$

$V_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{60}{13}cm\right)^3 \cdot \pi = 205{,}91\ cm^3$

c) Eine kleinere Halbkugel ($r = 0{,}5x$) wird in den Boden des Kegels gefräst. Welche Oberfläche hat der Restkörper?

$M_{Kegel} + O_{Halbkugel} + \text{Kreisring}$

$M_{Kegel} = r \cdot s \cdot \pi = 5cm \cdot 13cm \cdot \pi = 65\pi\ cm^2$

$\frac{O_{Kugel}}{2} = \frac{4r^2\pi}{2} = 2r^2\pi = 2 \cdot \left(\frac{30}{13}cm\right)^2 \cdot \pi = \frac{1800}{169}\pi\ cm^2$

$\text{Kreisring} = 2 \cdot r_{gr}\pi - 2 \cdot r_{kl.}\pi = 2 \cdot 5cm \cdot \pi - 2 \cdot \frac{30}{13}cm\,\pi = \frac{70}{13}\pi\ cm^2$

Zusammen: $\left(65\pi + \frac{1800}{169}\pi + \frac{70}{13}\pi\right)cm^2 = 254{,}58\ cm^2$