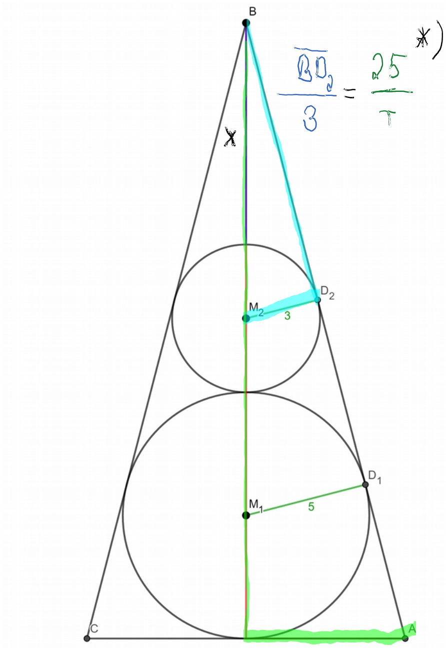
123, 5

Donnerstag, 19. März 2020
16:29



Axialschnitt eines Kegels, dem 2 Kugeln einbeschrieben sind. Es gilt: $r_1 = 5cm$ u. $r_2 = 3cm$

a) Berechne das Volumen der Kugen

$$V_{Kugel\ kl.} = \frac{4}{3} \cdot (3cm)^3 \cdot \pi = 36\pi\ cm^3$$

$$V_{Kugel\ gr.} = \frac{4}{3} \cdot (5cm)^3 \cdot \pi = \frac{500}{3}\pi\ cm^3$$

b) Berechne das Volumen des Kegel.

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot r^2 \pi \cdot h$$

Dazu muss zunächst r und h bestimmt werden.

"Vierstreckensatz" $\frac{\overline{M_1D_1}}{\overline{M_1B}} = \frac{\overline{M_2D_2}}{\overline{M_2B}} \Rightarrow$

$$\frac{5cm}{\overline{M_1B}} = \frac{3cm}{\overline{M_2B}}$$

weiterhin ist: $\overline{M_1B} = 5cm + 2 \cdot 3cm + x$
$= 11\ cm + x$

$\overline{M_2B} = 3cm + x$. Damit ergibt sich nun: $\frac{5cm}{(11+x)cm} = \frac{3cm}{(3+x)cm}$

$$\Leftrightarrow 5(3+x) = (11+x) \cdot 3$$
$$\Leftrightarrow 15 + 5x = 33 + 3x \quad | -3x - 15$$
$$\Leftrightarrow 2x = 18 \quad | : 2$$
$$\Leftrightarrow x = 9$$

Somit ist die Höhe

$$h = 2 \cdot 5cm + 2 \cdot 3cm + 9cm = 25\ cm$$

*)

$$\frac{\overline{BD_2}}{3} = \frac{25}{r}$$

Bestimme zunächst $\overline{BD_2}$ im rechtw. Dr. M_2D_2B:

$$\overline{BD_2} = \sqrt{(9+3)^2 - 3^2}\ cm = 3\sqrt{15}\ cm$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{3\sqrt{15}\,cm}{3\,cm} = \frac{25\,cm}{r} \Leftrightarrow r = \frac{3 \cdot 25}{3\sqrt{15}}\ cm = \frac{5\sqrt{15}}{3}\ cm \approx 6{,}45\ cm$$

Damit ist nun endlich zusammen:

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\ cm\right)^2 \cdot \pi \cdot 25cm = \frac{3125}{9}\pi\ cm^3 \approx 1090{,}83\ cm^3$$

c) % Anteil des Raumes ohne die Kugeln.

D.h.: $\frac{V_{Kegel} - V_{Kugel\ kl} - V_{Kugel\ gr}}{V_{Kegel}} \Rightarrow \frac{\frac{3125}{9}\pi\ cm^3 - \frac{500}{3}\pi\ cm^3 - 36\pi\ cm^3}{\frac{3125}{9}\pi\ cm^3}$

$$= \frac{1301}{3125} \approx 0{,}41632 \mathrel{\hat=} \underline{\underline{41{,}6\ \%}}$$