AP 2012 B1

Geg.: Parabel $y = -0,25x^2 + bx + c$ somit also $\underline{a = -0,25}$

und $P(-5|-19)$ $Q(7|5)$.

Ges.: die Koeffizienten b und c.

1.1 Lös.: Durch Einsetzen jeweils von P und Q in $y = -0,25x^2 + bx + c$ entstehen 2 Gleichungen, die als Gleichungssystem gelöst werden

$$\begin{array}{l} P: \\ Q: \end{array} \left| \begin{array}{l} -19 = -0,25 \cdot (-5)^2 + b \cdot (-5) + c \\ 5 = -0,25 \cdot (7)^2 + b \cdot 7 + c \end{array} \right|$$ und

$$\leadsto \left| \begin{array}{llll} -19 = & -6,25 & -5b & +c \\ 5 = & -12,25 & +7b & +c \end{array} \right| \cdot (-1)$$

$$\leadsto \left| \begin{array}{llll} 19 = & 6,25 & +5b & -c \\ 5 = & -12,25 & +7b & +c \end{array} \right| \quad \text{I.} + \text{II.}$$

$24 = -6 + 12b \quad |+6 \quad \Leftrightarrow \quad 30 = 12b \quad |:12$

$\Leftrightarrow \quad \underline{2,5 = b}$

Einsetzen von $b = 2,5$ in Glg I: $-19 = -6,25 - 5 \cdot (2,5) + c$

$\Leftrightarrow -19 + 6,25 + 12,5 = c \quad \Leftrightarrow \quad \underline{c = -0,25}$

Mit beiden Koeffizienten ergibt sich nun die vollständige Parabelgleichung: $y = -0,25x^2 + 2,5x - 0,25$

Ähnliche Überlegung nun zur Geradengleichung für die 2 Punkte angegeben sind $(y = m \cdot x + t)$ $R(0|2,5)$ $S(5|0)$

$$\left| \begin{array}{l} 2,5 = m \cdot 0 + t \\ 0 = m \cdot 5 + t \end{array} \right| \leadsto \left| \begin{array}{l} \underline{t = 2,5} \\ 0 = 5m + t \end{array} \right| \quad \text{I. in II. einsetzen}$$

$0 = 5m + 2,5 \quad \Leftrightarrow \quad -2,5 = 5m \quad \Leftrightarrow \quad \underline{-0,5 = m}$

Folgt: $y = -0,5x + 2,5$

Anm.: (In dieser Aufgabe könnte man auch schneller auf die Geradengleichung schließen)

Und noch die Zeichnung

(1.3)

$$A_{Trapez} = \frac{1.\text{Grundseite} + 2.\text{Grundseite}}{2} \cdot \text{Höhe}$$

$$= \frac{4\,LE + 2\,LE}{2} \cdot \overbrace{\left(-0{,}25x^2+2{,}5x-0{,}25-(-0{,}5x+2{,}5)\right)}^{y_2-y_1}$$

$$= 3\,LE \cdot \left(-0{,}25x^2+3x-2{,}75\right)\,LE$$

$$= \left(-0{,}75x^2+9x-8{,}25\right)\,FE$$

(1.4)

Alle möglichen Trapeze befinden sich zwischen den beiden Schnittpunkten der p und g. Diese bekommt man mit:

$$-0{,}25x^2+2{,}5x-0{,}25 = -0{,}5x+2{,}5 \quad | +0{,}5x-2{,}5$$

$$-0{,}25x^2+3x-2{,}75 = 0$$

Lösungsformel : $\dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2-4\cdot(-0{,}25)\cdot(-2{,}75)}}{2\cdot(-0{,}25)}$

$\Rightarrow \underline{x_1 = 1} \vee \underline{x_2 = 11}$. D. h. Für alle $x \in \left]1; 11\right[$ gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.

(1.5)

Maximum des Terms $-0{,}75x^2+9x-8{,}25$ mit QE oder "Scheitelformel"

$$= -0{,}75(x^2-12x+6^2-6^2)-8{,}25$$

$$= -0{,}75(x-6)^2+18{,}75$$

$A_{max} = 18{,}75$ FE bei $x = 6$ LE

(1.6)

Ermittle die Steigung der Geraden C_2B_2. $m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m = \dfrac{2-(-2)}{13-11} = \dfrac{4}{2} = 2$ und $\tan \sphericalangle C_2B_2A_2 = 2 \Rightarrow \sphericalangle C_2B_2A \approx 63{,}43°$

Aus 1.5. ist klar, dass für $x = 6$ LE $\overline{A_nD_n}$ am längsten ist.

$\overline{A_0D_0}$ für 6 $= \underbrace{-0{,}25\cdot6^2+2{,}5\cdot6-0{,}25}_{y_p} - \underbrace{(-0{,}5\cdot6+2{,}5)}_{y_g} = 6{,}25$

weil außerdem $x_p - x_g$ immer $= 2$ ist, folgt nun

$\tan \sphericalangle C_0B_0A_0 = \dfrac{6{,}25}{2} \Rightarrow \sphericalangle C_0B_0A_0 = 72{,}26°$ (maximale Winkel)

Somit wird $\underline{75°}$ nicht erreicht

AP 2012 B 1