AP 2012 B 2

(2.1) Bogenlänge ist gleich Öffnungswinkel mal 2 mal Radius mal Pi:

$201{,}6\,cm = \frac{\sphericalangle CBA}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 110\,cm \cdot \pi \quad | \cdot 360^\circ \; ; \; :cm$

$72576^\circ = \sphericalangle CBA \cdot 2 \cdot 110 \cdot \pi \quad | : (2 \cdot 110 \cdot \pi)$

$105^\circ = \sphericalangle CBA$

Zeichnung ...

(2.2) Bestimme zunächst $\overline{AC}$. $\overline{AC}^2 = (110\,cm)^2 + (110\,cm)^2 - 2 \cdot 110\,cm \cdot 110\,cm \cdot \cos 105^\circ$

$\overline{AC} = 174{,}5\,cm$. Nun die Stablänge die 5% kürzer ist mit

$0{,}95 \cdot 174{,}5\,cm = 165{,}8\,cm$

(2.3) Mit d (A; Mauer) ergibt sich ein ⊾ Dreieck, in dem gilt:

$\sin(180^\circ - \beta) = \frac{d}{110\,cm} \qquad d = 110\,cm \cdot \sin 75^\circ = 106{,}3\,cm$

(2.4) "Da es sich um 3 kongruente Teildreiecke ΔABE, ΔFBD, ΔDBC handelt, gilt $\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \Rightarrow 105^\circ : 3 = 35^\circ = \beta_{1,2,3}$. Weiter gilt für $\sphericalangle ACB = \frac{180^\circ - 105^\circ}{2} = 37{,}5^\circ$ (gleichschenkl. Dreieck ABC)

Dann folgt für den "3. Winkel" $\sphericalangle BGC = 107{,}5^\circ$ (Winkelsumme Δ)

Nun lässt sich mit z.B. Sinussatz

$\frac{110\,cm}{\sin 107{,}5^\circ} = \frac{\overline{GC}}{\sin 37{,}5^\circ} \Rightarrow \overline{GC} = 70{,}2\,cm$

$A_{BGF} = 0{,}5 \cdot 70{,}2\,cm \cdot 70{,}2\,cm \cdot \sin 35^\circ$

$= 1413{,}3\,cm^2$

(Da: $\overline{BG} = \overline{BF} = \overline{GC} = \ldots$ und $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 35^\circ$ siehe oben)

(2.5) $A_{\widehat{DBC}} - A_{\Delta BGC} = A_{\text{Figur } CGD}$

$\left(\frac{35^\circ}{360^\circ} \cdot 110^2 \cdot \pi\right) - \left(0{,}5 \cdot 110 \cdot 70{,}2 \cdot \sin 35^\circ\right) (cm^2)$

$= 1481{,}2\,cm^2$

2.6

Sektor ABC : $A_{\widehat{ABC}} = \frac{105°}{360°} \cdot 110\,cm^2 \cdot \pi = \underline{11087{,}2\,cm^2}$

Die 3 eingefärbten Figuren zusammen:

$2 \cdot 1481{,}2\,cm^2 + 1413{,}3\,cm^2 = 4375{,}7\,cm^2$ } "dunkle Teil"

Helle Teil ist damit $11087{,}2\,cm^2 - 4375{,}7\,cm^2$

gleich $= 6711{,}5$

Nun ist also $\frac{\text{hell}}{\text{dunkel}} = \frac{6711{,}5\,cm^2}{4375{,}7\,cm^2} = \underline{1{,}5}$ und

somit um 50% größer als der dunkle Teil.