Quadratische Funktionen

Dienstag, 31. März 2020 14:20

$ax^2 + bx + c$ "Normalform" $a(x+b)^2 + c$ "Scheitelpunktform"

1.) Graph mithilfe einer Wertetabelle zeichnen

2.) Extremwert

$a > 0 \Rightarrow$ min ; $a < 0 \Rightarrow$ max ; Scheitelpunkt :

$S\left(-\frac{b}{2a} \middle| \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ $S(-b|c)$

3.) Wann nimmt die Funktion einen bestimmten Wert an?

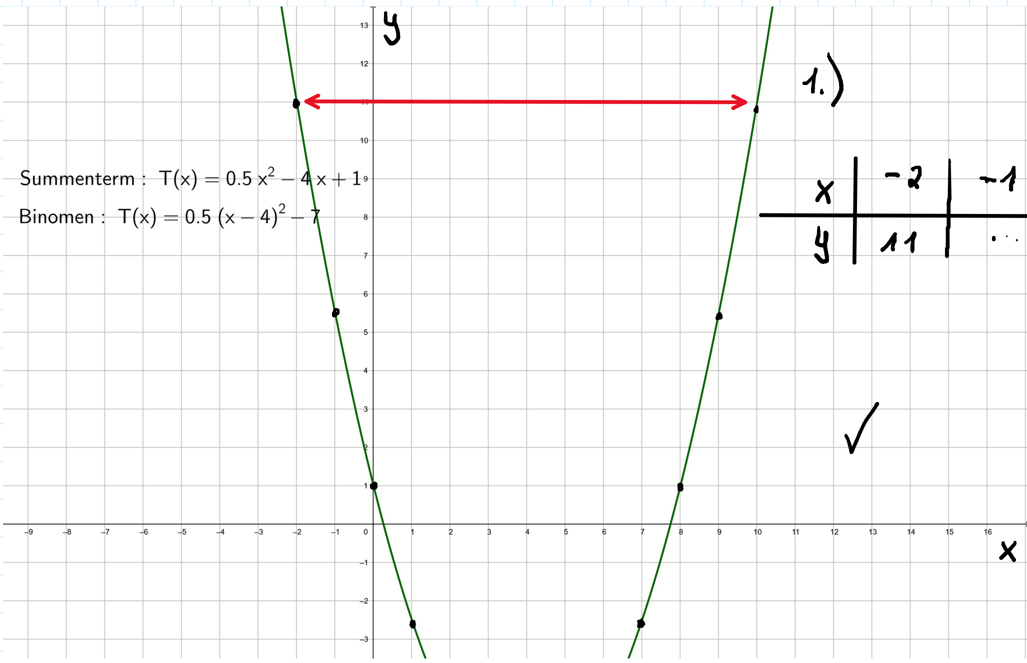
Term = best. Wert $\Leftrightarrow$ "Gleichung lösen"

bzw. mithilfe der Lösungsformel :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4.) Normalform $\longleftrightarrow$ Scheitelpunktform

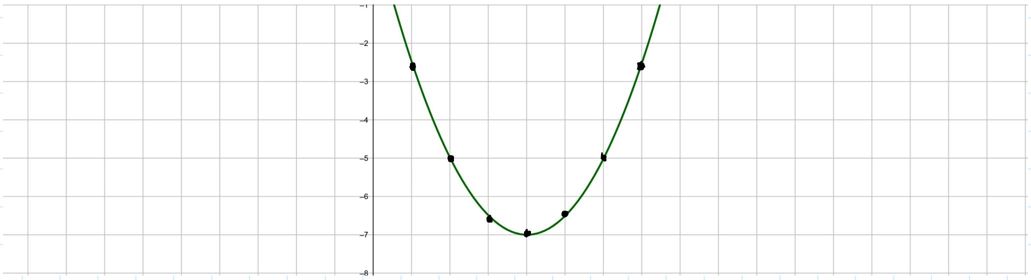
$0{,}5x^2 - 4x + 1$ $0{,}5(x-4)^2 - 7$



1.)

x	-2	-1	0	1	2	...
y	11	...	1	..	-5	...

✓



2.) Extremwert

$$S\left(-\frac{-4}{2\cdot 0{,}5} \;\middle|\; \frac{4\cdot 0{,}5\cdot 1 - 4^2}{4\cdot 0{,}5}\right) \qquad S(4\,|\,-7)$$

Mit $a = 0{,}5 > 0$ und S folgt:

Die Funktion hat ein Minimum von -7 für $x = 4$.

3.)

$$0{,}5x^2 - 4x + 1 = 11$$
$$0{,}5x^2 - 4x - 10 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 0{,}5\cdot(-10)}}{2\cdot 0{,}5}$$
$$x_1 = 10 \;\wedge\; x_2 = -2$$

$$0{,}5(x-4)^2 - 7 = 11 \quad |+7$$
$$0{,}5\cdot(x-4)^2 = 18 \quad |:0{,}5$$
$$(x-4)^2 = 36 \quad |\sqrt{}$$
$$x_1 - 4 = 6 \;\wedge\; x_2 - 4 = -6 \quad |+4$$
$$x_1 = 10 \;\wedge\; x_2 = -2 \quad \checkmark$$

4.)

$$\begin{aligned}
0{,}5(x-4)^2 - 7 &= 0{,}5(x^2 - 8x + 16) - 7\\
&= 0{,}5x^2 - 4x + 8 - 7\\
&= 0{,}5x^2 - 4x + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0{,}5x^2 - 4x + 1 &= 0{,}5(x^2 - 8x) + 1\\
&= 0{,}5(\underbrace{x^2 - 8x + 4^2} - 4^2) + 1\\
&= 0{,}5((x-4)^2 - 16) + 1\\
&= 0{,}5(x-4)^2 - 8 + 1\\
&= 0{,}5(x-4)^2 - 7
\end{aligned}$$