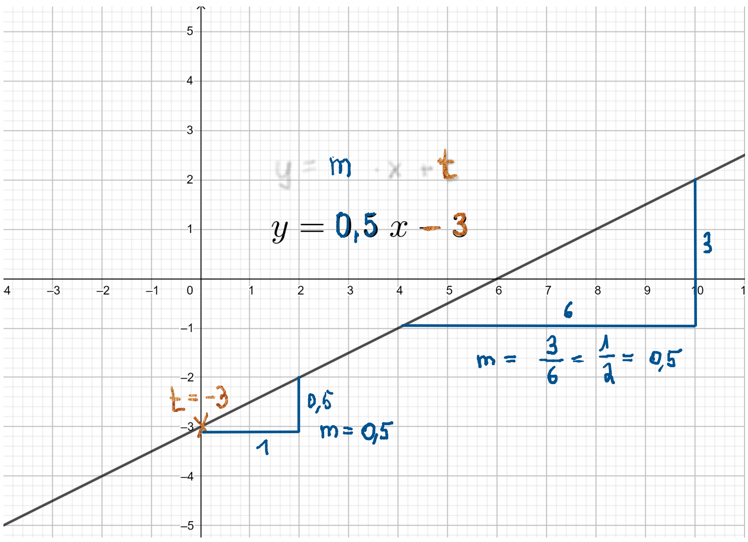
I) Teil (Wiederholung)

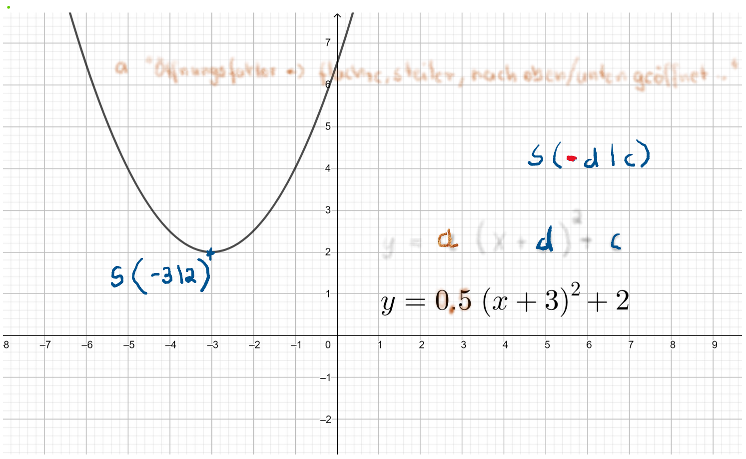
Linearen Funktionen $y = m \cdot x + t$

(Beispiele aus dem Alltag:
- Je weiter man fährt, desto höher ist der Verbrauch
- Je mehr man kauft, desto mehr muss man bezahlen
- Je länger es schneit, desto höher liegt der Schnee
- Je steiler die Straße, desto schneller fahr ich mit dem Rad herunter
- ...)



Quadratische Funktionen $y = ax^2 + bx + c$ Normalform
$y = a(x+d)^2 + c$ Scheitelpunktform

(• Flugkurven; • Seiten-Flächen-Beziehungen; Bremsweg; ...)



(Anwendungen: - Nullstellen; - Lösung quadr. Gleichungen; Extremwert; ...)

II Exponentialfunktion

("Eine Funktion, die sich im Exponent ändert: $y = a^x$?)
Beispiel:

(Eine Funktion, die sich im Exponent ändert: $y = a^{\wedge}$?)

Beispiel:

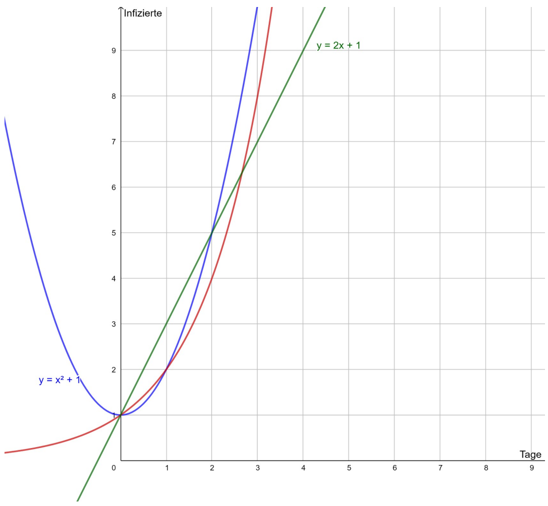
"Coronavirus – die Zahl der Infizierten **verdoppelt** sich alle ... Tage"

X [Zeitraum]	0	1	2	3	4	5	6	7	...	10	...
y [Infizierte]	1	2	4	8	16	32	64	128	...	?	...

$((((2 \cdot 2) \cdot 2) \cdot 2) \cdot 2) \cdot 2 \quad \dots$

$y = 2^0 \quad 2^1 \quad 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4 \quad 2^5 \quad \dots \qquad 2^? \; \} \; 2^{10} = 1024$

allgemein $y = 2^x$



Vergleich zur quadratischen und linearen Funktion:

$y = 2x + 1$ steigt zunächst schneller, wird aber schon vor dem 3. Tag eingeholt.

Auch $y = x^2 + 1$ hat am 2. und 3. Tag größere Werte

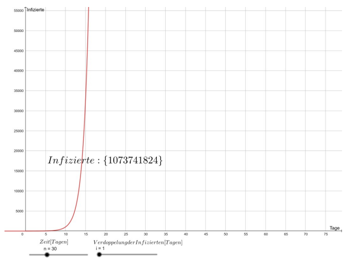
Was passiert mit $y = 2^x$ ...

... am 4 Tag: $4^2 + 1 = 17 > 2^4 = 16$

5 Tag: $5^2 + 1 = 26 < 2^5 = 32$ ab hier hat die Exponentialfunktion die größeren Werte.

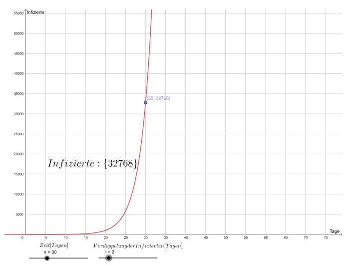
⋮

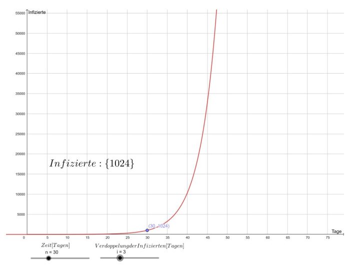
Um auf das anfängliche Pandemie Beispiel zurück zu kommen verändern wir den Maßstab, um dem steilen Anstieg gerecht zu werden.

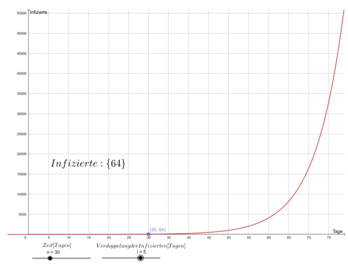


Hier Maßstab 1:1000 und die theoretische Anzahl infizierter Personen nach 30 Tagen, wenn sich die Anzahl jeden Tag verdoppelt.

Dabei ist dann auch ersichtlich, warum es sich lohnt durch Maßnahmen die Verdopplung der Infizierten zeitlich hinauszuzögern:







Verdopplung alle 2 Tage ... 3 Tage ... 5 Tage ...

III Weitere Aspekte und Beispiele zur Form $y = k \cdot a^x$

Für $a > 1$ steigt die Exponentialfunktion und je größer a desto mehr.

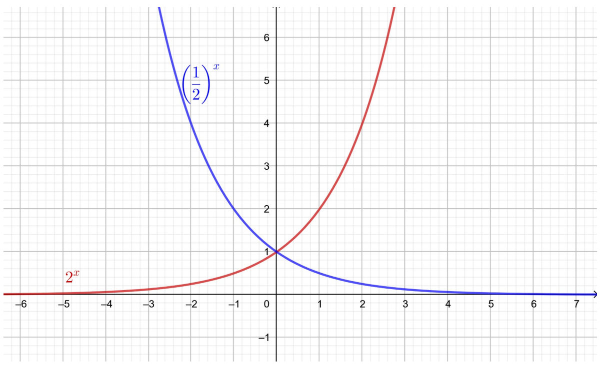
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2^x$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
$y=3^x$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	81
$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	32	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

(Hier ist wichtig, sich an die Potenzgesetze zu erinnern:

$2^5 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$; $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ und

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{1}\right)^3 = 3\cdot3\cdot3$ und natürlich $(\text{eine Zahl})^{\text{Hoch } 0} = 1$ $\quad a^0 = 1$)

Für ein $a < 1$ fällt der Graph der Funktion.



Beispiel Zinsen / Zinseszins

Du legst dein Erspartes von 800,- zu 10% Zinsen (der einfacheren Rechnung wegen) auf der Bank an.

Nach dem 1. Jahr : $800\ € \cdot 1{,}10^{*)} = 880\ €$

(*) 10% von 800€ $\hat{=}$ $800\ € \cdot \frac{10}{100} = 800\ € \cdot 0{,}1 = 80\ €$

$+ \quad 800\ € \cdot 1 = 800\ €$

$800\ € \cdot 1{,}1 = 880\ €$)

im 2. Jahr : $880\ € \cdot 1{,}1 = 968\ €$

" 3. " $968\ € \cdot 1{,}1 = 1064{,}80\ €$

⋮

oder anders geschrieben: $(((800\ € \cdot 1{,}1) \cdot 1{,}1) \cdot 1{,}1) \cdot \ldots$

und so allgemein : $800\ € \cdot 1{,}1^x$

Jahre x	1	2	3	.. x
Sparguthaben y	$800\ € \cdot 1{,}1^1 = 880\ €$	$800\ € \cdot 1{,}1^2 = 968\ €$	$800\ € \cdot 1{,}1^3 = 1064{,}80\ €$	$800\ € \cdot 1{,}1^x$

Dabei heißt $y = k \cdot a^x$ $\quad a$ Wachstumsfaktor

und $\quad k$ Anfangswert

Nach einem Beispiel für $a > 1$ – wir hatten gerade 1,1 – berechnen wir nun ein Beispiel mit $a < 1$ für einen Abnahmevorgang:

Nehmen wir also an, unsere Spareinlage würde infolge einer Inflation jährlich um 5% weniger wert sein. Dann rechnen wir:

Nehmen wir also an, unsere Spareinlage würde infolge einer Inflation jährlich um 5% weniger wert sein. Dann rechnen wir:

1. Jahr $\quad 800\,€ \cdot 0{,}95 = 760\,€$ $\quad (100\% - 5\% = 95\% \mathrel{\hat{=}} 0{,}95)$

2. Jahr $\quad 760\,€ \cdot 0{,}95 = 722\,€$

$\vdots$

Insgesamt beschreibt das die Funktion

$$y = 800\,€ \cdot 0{,}95^{x}$$